Chapitre 2: Prévisions des ventes

AVIS IMPORTANT :

Ces notes sont basées sur le livre de ***Steven Nahmias : Production et Operations Analysis, 4ième édition, McGraw-Hill Irwin 2001***. Les figures sont issues de ce livre et des acétates électroniques que l'on peut retrouver sur le site de McGraw-Hill à l'adresse suivante :

http://www.mhhe.com/business/opsci/nahmias4e

Ces notes sont produites uniquement à des fins pédagogiques et doivent être utilisées en concordance avec le livre de Steven Nahmias.

2.1 Horizon de prévision

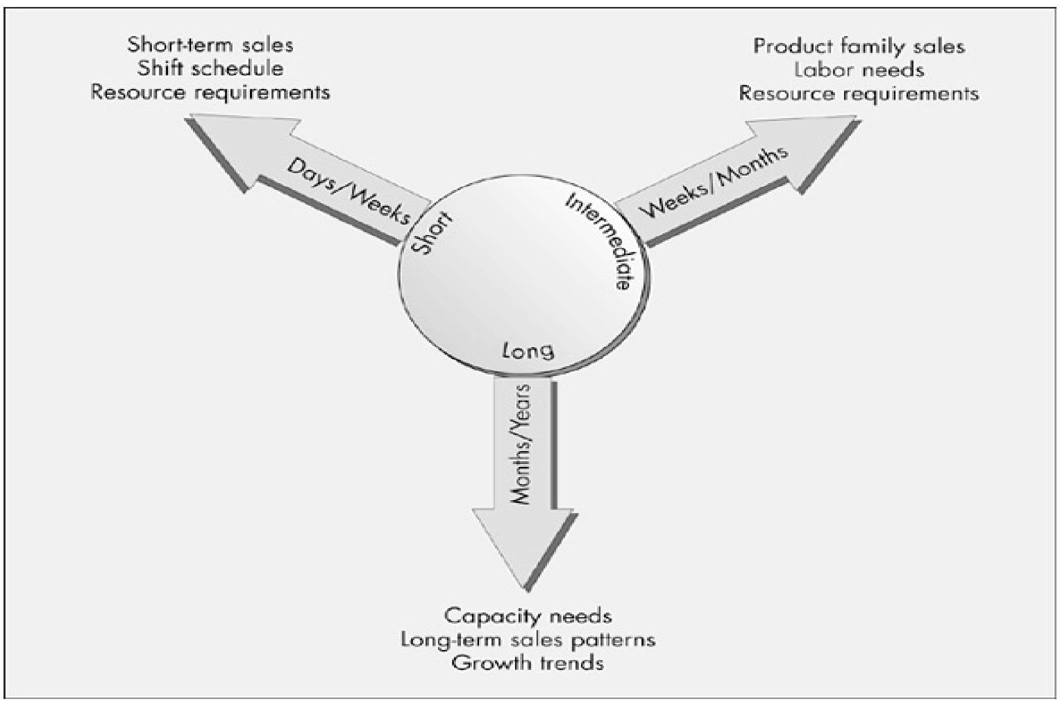


Figure 2.1 Horizon de planification en planification de la production (Steven Nahmias, ***Production et Operations Analysis***, 4ième édition, McGraw-Hill Irwin 2001, page 56).

2.2 Caractéristiques des prévisions

- les prévisions sont normalement fausses;
- une bonne prévision est plus qu'un chiffre;
- les prévisions agrégées sont normalement plus précises;
- plus l'horizon de prévision est long, moins les résultats sont précis;
- les prévisions doivent être utilisées en concordance avec les autres informations disponibles;

2.3 Méthodes subjectives de prévisions

- opinion des individus concernés (ex: vendeurs)
- sondage auprès des clients potentiels
- opinion des experts d'un domaine
- méthode Delphi

2.4 méthodes objectives de prévision

Modèles causaux

Méthode où l'on utilise des donnés provenant d'autres sources que le phénomène que l'on cherche à prévoir. On combine cette information dans un modèle mathématique pour en voir l'effet sur le phénomène observé.

Ex: modèles économétriques

$$Y = f\,(x_1, x_2, \ldots, x_n)$$

Y: le phénomène que l'on cherche à modéliser

X_n: variables ayant un effet sur Y

$$Y = \alpha_0 + \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \ldots + \alpha_n x_n$$

La valeur des coefficients α est déterminée par la méthodes des moindres carrés.

exemple: impact des taux d'intérêt sur la vente des maisons

$$Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 x_{t-1}$$

pour une agence immobilière donnée, on estime que

$$\alpha_0 = 385.7$$
$$\alpha_1 = -1,878$$

le modèle devient donc

$$Y_t = 385.7 + (-1,878)x_{t-1}$$

avec un taux d'intérêt de 10% pour la période précédente , on obtient un niveau de vente de 198 maisons pour la période en cours.

Il est à noter que cette équation doit être cadrée à l'intérieur de limites données, ainsi elle peut être valable uniquement pour des taux d'intérêts variant entre 7% et 12 % par exemple.

Ce genre de modèle est largement utilisé pour les prévisions économiques à l'échelle nationale ou internationale.

Séries Temporelles

Les séries temporelles sont basées sur l'analyse des données historiques recueillies sur un phénomène donné, durant une certaine période de temps. Les prévisions effectuées à partir de séries temporelles ont pour hypothèse que le passé est garant de l'avenir, que le phénomène continuera à se comporter comme il l'a fait dans le passé.

On isole habituellement trois composantes dans les séries temporelles:

- **tendance** : caractéristique d'un phénomène à démontrer un patron stable de croissance ou de décroissance dans le temps. Le patron peut être linéaire ou non-linéaire

- **saisonnalité:** caractéristique d'un phénomène qui se répète à intervalles fixes, par exemple à tous les hivers, à tous les mois, etc.

- **aspect cyclique**: identique à la saisonnalité mais pour des intervalles plus longs, souvent calculés en années, ex: récessions.

- **aspect aléatoire**: se dit d'un phénomène qui ne comporte aucun patron décelable.

Exemples de patrons dans les séries temporelles:

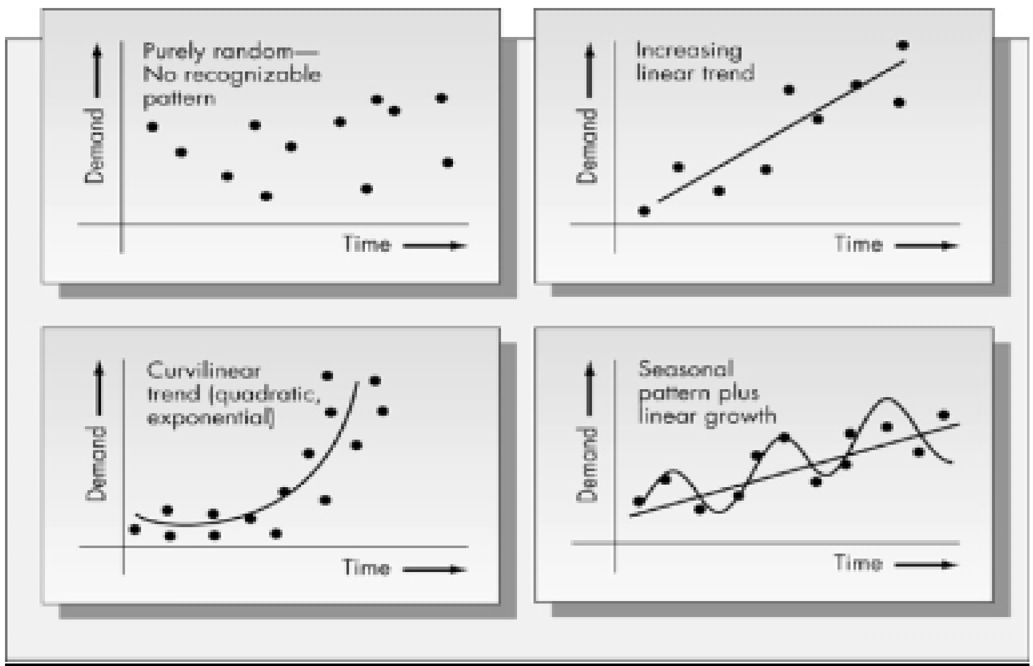


Figure 2.2 : Exemple de patron dans les séries temporelles. (Steven Nahmias, ***Production et Operations Analysis***, 4ième édition, McGraw-Hill Irwin 2001, page 61).

2.5 Notation

Soient $D_1, D_2, \ldots, D_t$ la valeur observée de la demande aux périodes : 1,2, ...t on assume que : $\{D_t \text{ avec } t \geq 1\}$ est la série temporelle que l'on cherche à prédire.

De plus, on assume que si nous effectuons des prévisions à la périodes t , nous avons observé la demande en $D_t, D_{t-1}, \ldots$, mais que nous ne connaissons pas

$D_{t+1.}$ Soit $F_{t,t+\tau}$, la prévision faites à la période t pour la période $t+\tau$, alors, on peut dire que $F_{t,t+\tau}$ est la prévision de la valeur de $D_{t+\tau}$ effectuer à la période t après avoir observé la valeur de D_t .

τ représente le nombre de périodes dans le futur où la prévision est effectuée. On appelle cette période l' **horizon de prévision**.

Par exemple, si on est intéressé uniquement dans la période qui vient, alors:

$$\tau = 1$$

et

$$F_t = F_{t-1,\tau}$$

2.6 Calcul d'erreur

Soit e_t l'erreur sur la prévision à la période t, on définit e_t comme la différence entre la valeur estimée de la prévision et la valeur réelle.

$$e_t = F_t - D_t$$

Soient $e_1, e_2, e_3, \ldots, e_n$ l'erreur observée sur les n périodes considérées, alors:

la déviation absolue moyenne (MAD) sera:

$$MAD = (1/n) \sum_{i=1}^{n} |e_i|$$

et l'erreur moyenne au carré (MSE) sera:

$$MSE = (1/n) \sum_{i=1}^{n} e_i^2$$

finalement l'erreur absolue exprimée en pourcentage sera:

$$MAPE = \left[(1/n) \sum_{i=1}^{n} |e_i / D_i| \right] x\, 100$$

2.7 Méthodes de prévision dans les séries stationnaires

Une série stationnaire est une série dans laquelle chaque observation peut être représentée par une constante plus une fluctuation aléatoire:

$$D_t = \mu + \varepsilon_t$$

où

μ : représente une constante inconnue correspondant à la moyenne de la série,

et

ε_t : l'erreur aléatoire possédant une moyenne nulle et une variance σ^2 .

Deux méthodes seront analysées:

1) moyennes mobiles
2)lissage exponentiel

Moyennes Mobiles

Une moyenne mobile d'ordre N est définit comme étant la moyenne arithmétique sur les N dernières observations. En méthodes prévisionnelles, cette moyenne devient la prochaine prévision.

Mathématiquement:

$$F_t = (1/N)\sum_{i=t-N}^{i=t-1} D_i = (1/N)\left(D_{t-1} + D_{t-2} + \ldots + D_{t-N}\right)$$

avec:

F_t : la prévision effectuée à la période $t-1$ pour la période t.

La notation MA(N) sera utilisée pour indiquer une moyenne mobile effectuée sur les N dernières périodes.

Lorsque l'on veut ajuster la moyenne mobile en utilisant uniquement la dernière donnée calculée, on peut utiliser la fonction suivante:

$$F_{t+1} = (1/N)\sum_{i=t-N+1}^{i=t} D_i = (1/N)\left[D_t + \sum_{i=t-N}^{i=t-1} D_i - D_{t-N}\right]$$

c'est à dire:

$$F_{t+1} = F_t + (1/N)\left[D_t - D_{t-N}\right]$$

Lissage Exponentiel

Une méthode classique et populaire de prévision est le lissage exponentiel, la prévision courante est une moyenne pondérée de la dernière prévision et de la valeur courante de la demande:

$$F_t = \alpha D_{t-1} + (1-\alpha)\, F_{t-1}$$

où α, le coefficient de lissage se situe entre 0 et 1.

Présenté de manière différente:

$$F_t = F_{t-1} - \alpha(F_{t-1} - D_{t-1})$$

$$F_t = F_{t-1} - \alpha e_{t-1}$$

Ainsi la prévision actuelle est la prévision de la dernière période corrigée de l'erreur sur la prévision.

L'impact des poids sur la prévision suit une courbe exponentielle :

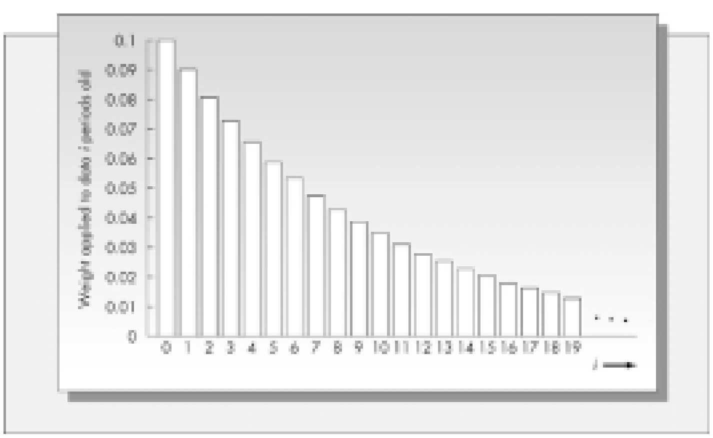


Figure 2-5 Importance des poids sur les prévisions pour le lissage exponentiel. (Steven Nahmias, ***Production et Operations Analysis***, 4ième édition, McGraw-Hill Irwin 2001, page 71).

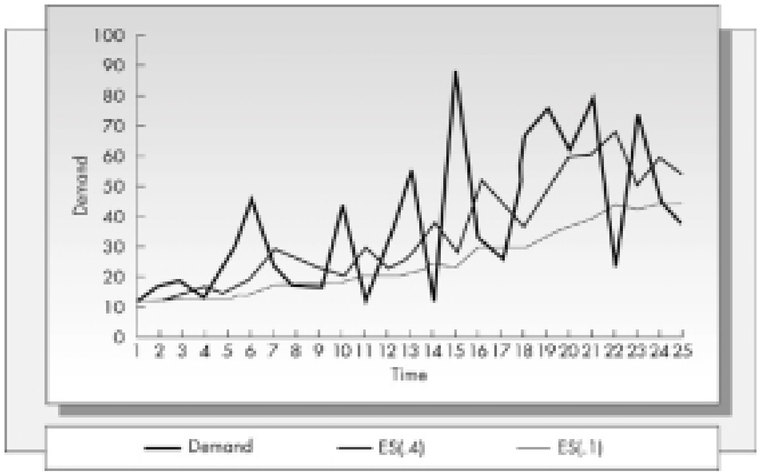


Figure 2-6 Lissage exponentiel pour différentes valeurs d'alpha. (Steven Nahmias, ***Production et Operations Analysis***, 4ième édition, McGraw-Hill Irwin 2001, page 72).

2.8 Méthodes d'analyse de la tendance

Régression linéaire

La régression linéaire est une méthode permettant d'analyser un ensemble de données et d'en extraire la tendance sous forme d'équation du premier degré.

Soit (x_1,y_1), (x_2,Y_2), ... (x_n,y_n) un ensemble de n paires de données liées à un phénomène particulier, avec y_i la valeur observée de Y lorsque x_i est la valeur observée de X:

Si l'on réfère à Y comme étant la variable dépendant de X, alors, $\hat{Y}$ sera la valeur prévue de Y et sera déterminée par l'équation:

$$\hat{Y} = a + bX$$

Les valeurs de a et b seront déterminées comme étant les valeurs minimisant la somme des carrés des distances entre la droite de régression et les données.

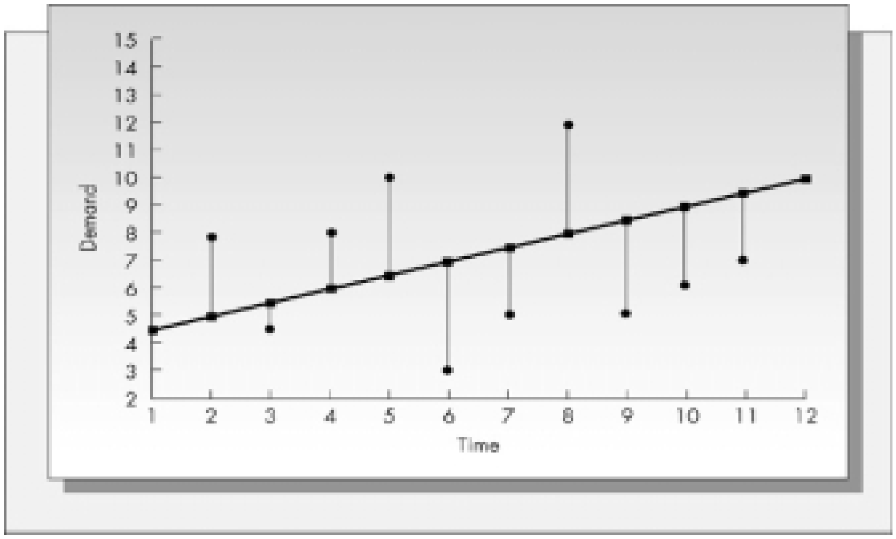


Figure 2-7 Exemple de régression linéaire. (Steven Nahmias, ***Production et Operations Analysis***, 4ième édition, McGraw-Hill Irwin 2001, page 78).

Soit D_1, D_2, ..., D_n la valeur de la demande aux temps 1, 2, ..., n, il peut être démontré que les valeurs de a et b minimisant l'erreur sont données par les équations:

$$b = \frac{S_{xy}}{S_{xx}}$$

et

$$a = \overline{D} - b(n+1)/2$$

où

$$S_{xy} = n\sum_{i=1}^{n} iD_i - \frac{n(n+1)}{2}\sum_{i=1}^{n} D_i$$

et

$$S_{xx} = \frac{n^2(n+1)(2n+1)}{6} - \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

Méthode du double lissage exponentiel de Holt

La méthode de Holt est basée sur le double lissage pour l'évaluation des séries temporelles avec composantes de tendance. Deux équations sont nécessaires:

$$S_t = \alpha D_t + (1-\alpha)(S_{t-1} + G_{t-1})$$

$$G_t = \beta(S_t - S_{t-1}) + (1-\beta)G_{t-1}$$

où S_t est la valeur de l'ordonnée à l'origine au temps t ,
g_t est la valeur de la pente au temps t,

La valeur de la prévision $F_{t,t+\tau}$ sera donnée par:

$$F_{t,t+\tau} = S_t + \tau G_t$$

2.9 Séries saisonnières

Une série saisonnière est une série dont le patron se répète toutes les n périodes durant un certain nombre de périodes:

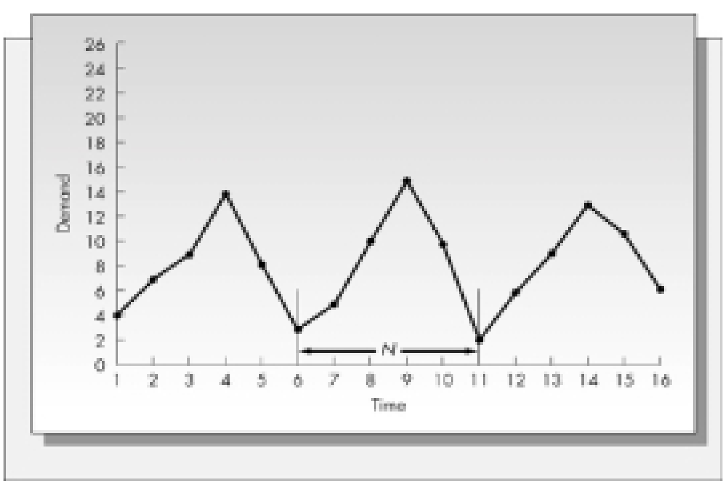


Figure 2-8 Exemple de série saisonnière. (Steven Nahmias, ***Production et Operations Analysis***, 4ième édition, McGraw-Hill Irwin 2001, page 82).

facteurs saisonniers

La méthode la plus connue pour faire des prédictions en tenant compte de l'effet saisonnier est d'évaluer les facteurs multiplicateurs de chacune des saisons et de pondérer la tendance en fonction de ces facteurs.

Soit C_t un ensemble de multiplicateur tel que: $1 \leq t \leq N$
et que $\sum C_t = N$

Le multiplicateur C_t représente la quantité moyenne dont il faut multiplier la demande de la t ième période pour l'accroître ou la réduire de manière à tenir compte de l'effet saisonnier.

Étapes:

1) Dégager la tendance: calculer à l'aide de méthodes linéaires la tendances des ventes;

2) Calculer l'indice de chacune des périodes (mois, saisons,...) en utilisant le quotient des ventes réelles sur la valeur estimée par la tendance;

3) Regrouper les indices saisonniers des mêmes périodes et en faire une moyenne, si le nombre de données le permet, utiliser une moyenne modifiée;

4) Rectifier les valeurs estimées de la tendance en les multipliant par les indices calculés.

Exemple :

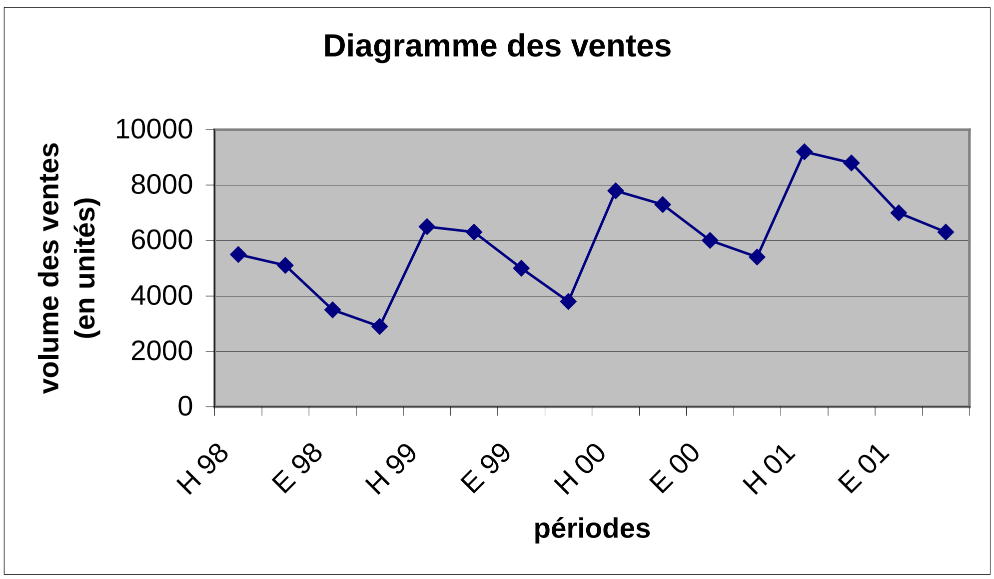
Le gérant de production d'une petite firme tente de prévoir la quantité de personnel qu'il aura besoin pour les deux prochaines saisons. Le nombre de personnes qu'il embauche est lié à la quantité de produits que la firme peut vendre.

Le tableau suivant représente les quantités de produits vendus au cours des quatre dernières années réparties par saison (H : Hiver, P : Printemps, E : Eté, A : Automne). Il sait que la tendance des ventes est à la hausse. Quelles seraient des prévisions réalistes de ventes pour l'hiver de l'année 2002?

Période	Quantités vendues	Période	Quantités vendues
H 98	5500	H 00	7800
P 98	5100	P 00	7300
E 98	3500	E 00	6000
A 98	2900	A 00	5400
H 99	6500	H 01	9200
P 99	6300	P 01	8800
E 99	5000	E 01	7000
A 99	3800	A 01	6300

Développement :

Dans un premier temps, il est nécessaire de représenter graphiquement les données disponibles. On retrouve ce diagramme à la figure suivante.



1) Par la méthode des moindres carrées On peut déterminer l'équation suivante pour les quantités vendues Y en fonction de la période X : $Y = 225 X + 4107$.

L'hiver 2002 correspondant à la période $X=17$. La prévision à l'aide de l'équation trouvée ci-haut est $Y = 7932$.

2) Calcul de l'indice de chacune des périodes pour l'hiver, nous donne:

Hiver	Y calculé	Y réel	Y réel / Y calculé
H 98	4332	5500	1.269
H 99	5232	6500	1.242
H 00	6132	7800	1.272
H 01	7032	9200	1.308

3) L'indice moyen pour l'hiver vaut donc : (1.27+1.24+1.27+1.30)/4 = 1.273

4) Finalement, la prévision pour l'hiver 2002 sera de : 1.273 x 7932 = 10093 unités.

Méthode de Winters

La méthode de Winters est un triple lissage exponentiel, elle est basée sur l'équation du modèle générique suivant:

$$D_t = (\mu + Gt) C_t + \varepsilon_t$$

Dans cette équation:

μ indique l'ordonnée à l'origine au temps $t = 0$, excluant la saisonnalité,

G est la composante indiquant la pente,

C_t est l'indice multiplicateur saisonnier, et,

ε_t est le terme d'erreur.

La forme générique des séries analysées par la méhode de Winters possède une tendance ascendante doublée d'une saisonnalité croissante comme démontrée dans la figure suivante:

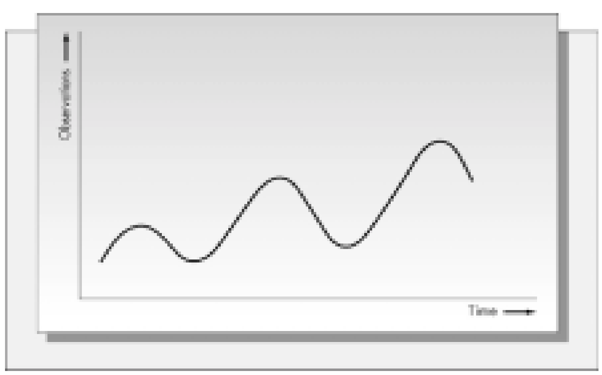


Figure 2-10 Séries saisonnières avec une augmentation de la demande. (Steven Nahmias, ***Production et Operations Analysis***, 4ième édition, McGraw-Hill Irwin 2001, page 88).

L'application est basée sur trois lissages:

la série désaisonnalisée:

$$S_t = \alpha(D_t / C_{t-N}) + (1-\alpha)(S_{t-1} + G_{t-1})$$

la tendance:

$$G_t = \beta(S_t - S_{t-1}) + (1-\beta)G_{t-1}$$

et les facteurs multiplicateurs:

$$C_t = \gamma(D_t / S_t) + (1-\gamma)C_{t-N}$$

Ces paramètres sont combinés dans l'équation de Winters pour la prévision effectuée à la période t pour toute période $t + \tau$:

$$F_{t,t+\tau} = (S_t + \tau G_t)C_{t+\tau-N}$$

<u>Procédure d'initialisation et de calcul</u>

- les données de deux cycles au minimum sont nécessaires,

- Supposons que nous avons exactement 2N points de données, les observations passées seront indicées:

$$D_{-2N+1,}\ D_{-2N+2,}, \dots, D_0$$

1) calculer séparément la moyenne simple pour les premièrs cycles:

$$V_1 = \frac{1}{N} \sum_{j=-2N+1}^{j=-N} D_j$$

$$V_2 = \frac{1}{N} \sum_{j=-N+1}^{j=0} D_j$$

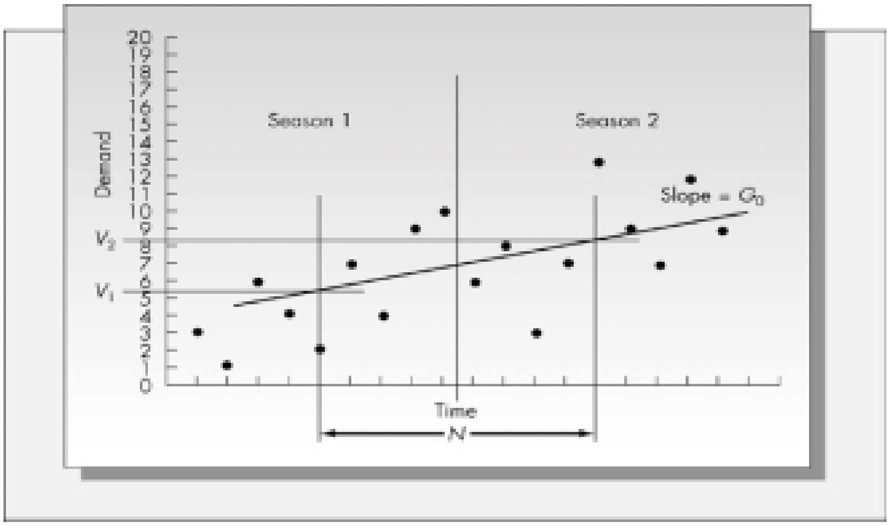


Figure 2-11 Initialisation de la méthode de Winters. (Steven Nahmias, ***Production et Operations Analysis***, 4ième édition, McGraw-Hill Irwin 2001, page 89).

2) définir la pente initiale comme étant:

$$G_0 = (V_2 - V_1)/N$$

Si plus de 2 saisons sont disponibles faire le calcul en utilisant les données de V_1 et de V_m où m est la dernière saison disponible, G_0 devient alors:

$$G_0 = (V_m - V_1)/\left[\left(m-1\right)N\right]$$

3) définir S_0 comme étant:

$$S_0 = v_2 + G_0\left[(N-1)/2\right]$$

4) a) les facteurs saisonniers seront calculés selon l'équation:

$$C_t = \frac{D_t}{V_i - \left[(N+1)/2 - j\right] G_0} \qquad \text{pour } -2N+1 \leq t \leq 0$$

b)les facteurs saisonniers moyens seront:

$$C_{-N+1} = \frac{C_{-2N+1} + C_{-N+1}}{2}, \ldots, C_0 = \frac{C_{-N} + C_0}{2}$$

c) et, finalement ils seront normalisés:

$$C_j = \left[\frac{c_j}{\sum_{i=0}^{i=-N+1} C_i}\right] N \qquad \text{pour tous les } -N+1 \leq j \leq 0$$